

## **ВВЕДЕНИЕ**

Понятие гетерогенности применительно к описанию стохастических процессов впервые появилось в литературе в связи с анализом демографических процессов [1]. Авторы обратили внимание, что результаты воздействия на популяцию, составленную из однотипных индивидуумов, отличаются от результатов воздействия на разнородную популяцию. Так, например, снижение смертности на один процент вызывает увеличение средней продолжительности жизни в однородной популяции также на один процент, но в неоднородной популяции это увеличение может быть меньше. Таким образом, игнорирование неоднородности ведёт к переоценке положительной роли улучшения медицинского обслуживания населения, а также мероприятий, направленных на профилактику заболеваемости и смертности.

Специалисты, изучающие население, всегда проводят разделение изучаемой популяции на однородные части – по полу, возрастным и социально- экономическим группам, однако, введённое в [1] понятие неоднородности обращено к различиям, недоступным для прямого контроля либо в силу их скрытого характера, например, генетических различий, либо в силу отсутствия достоверной информации. Важность учета такой ненаблюдаемой гетерогенности увеличивается с ростом новых средств воздействия на человеческую популяцию: возникают новые лекарственные и профилактические препараты, внедряются новые методики влияния на факторы риска хронических заболеваний и так далее. К сожалению, к новым

воздействиям на людей, следует отнести и результаты масштабных техногенных катастроф и производственной деятельности человека. Пренебрежение специфической реакцией отдельных групп населения может привести к переоценке значимости и эффективности программ улучшения здоровья населения и к недооценке реального вреда в результате негативного воздействия на популяцию.

Влияние гетерогенности наблюдается и при распространении результатов исследований с единичных объектов на популяцию и наоборот. Так, в случае, если популяция состоит из однородных элементов, обладающих одинаковыми стохастическими свойствами, то свойства популяции характеризуют и каждый объект, а сама популяция часто рассматривается как совокупность независимых реализаций элементов. В этом случае, например, средний возраст объектов, присутствующих в популяции, можно принимать за оценку среднего времени жизни объекта. Если же элементы обладают различными свойствами, то такое обобщение может привести к неверным заключениям. Так, при наличии временных трендов может происходить перераспределение пропорций между «молодыми» и «старыми» членами популяции. Если пропорция старших возрастов увеличивается, как это происходит сейчас в развитых странах, то средний возраст популяции увеличивается во времени, отражая в какой-то мере рост индивидуальной продолжительности жизни. Однако, если в популяции растёт пропорция молодёжи, как это сейчас происходит в странах Юго-Восточной Азии, то популяция молодеет, средний возраст населения уменьшается никак не характе-

ризуя индивидуальную продолжительность жизни, которая во многих случаях увеличивается вследствие проведения санитарно-медицинских мероприятий.

Соотношение результатов популяционных исследований и свойств индивидуумов вызывает в последнее время особый интерес в медицине, биологии, демографии и смежных дисциплинах. Наблюдения за группами лиц, достигших возрастов старше 80 лет, показали, что смертность среди них отклоняется от теоретически предсказанной в сторону уменьшения. Аналогичные отклонения наблюдают медики при анализе заболеваемости раком, биологи при анализе продолжительности жизни мух *Ceratitidis capitata* и червей *C.elegans* в экспериментах с тысячами животных [2]. Это эффект может быть интерпретирован как уменьшение с возрастом подверженности организма смертельным факторам изменя сложившиеся представления о старении. Однако, существует и другая гипотеза о естественной на протяжении жизни селекции наиболее жизнестойких индивидуумов из неоднородной популяции [3,4]. В последнем случае наблюдаемый эффект повышения резистентности организма с возрастом носит сугубо иллюзорный характер. В настоящее время проводятся эксперименты по уменьшению неоднородности исследуемых популяций путем стрессового воздействия и генетических манипуляций [5,6].

Учет эффектов, связанных с гетерогенностью важен и в технических системах. Несмотря на то, что все параметры технических объектов могут быть измерены, в процессе эксплуатации возникает

разброс в характеристиках отдельных узлов и агрегатов, который определяется большим числом неконтролируемых факторов, возникающих при эксплуатации в различных условиях. В результате одни подсистемы теряют надёжность быстрее, другие медленнее и со временем система превращается в гетерогенную. Как и в демографии, неверный учёт подобной неоднородности может привести к переоценке надёжности системы в целом и к завышенным оценкам вероятности её безотказной работы.

Прямая аналогия с демографией возникает при управлении парком систем и механизмов, например, самолётов, автомобилей [2]. При этом индивидуальные истории эксплуатации отражаются в характеристиках надёжности и ремонтно-потребности всего парка, что необходимо учитывать при планировании соответствующих ремонтных мероприятий. При планировании производства комплектующих узлов для автомобилей также необходимо учитывать гетерогенность находящегося в эксплуатации парка машин чтобы избежать как перепроизводства, так и дефицита запасных частей.

Изучение гетерогенности ведёт к построению новых методов анализа данных. Основной постулат математической статистики заключается в том, что наблюдаемые данные являются представителями одной и той же генеральной совокупности, все свойства которой могут быть получены усреднением свойств отдельных элементов этой совокупности. Наличие переменных, влияющих на свойства генеральной совокупности, учитывают вводя ковариаты, факторы и проводя стратификацию экспериментальных данных.

При наличии скрытой гетерогенности отсутствует информации о значениях соответствующих факторов и возникают новые постановки и модели: модели дискретной и непрерывной гетерогенности, латентных классов, модели, основанные на нечётких множествах.

В настоящей публикации описываются методы анализа, применимые для анализа процесса функционирования в популяциях, характеризующихся как дискретной, так и непрерывной неоднородностью. Глава I содержит подготовительный материал, дающий в вероятностных терминах формальное описание процессам функционирования и отказа как для живых, так и для технических систем. В главе II формализуется понятие гетерогенности как результата присутствия ненаблюдаемого фактора, описываются типы гетерогенности, соответствующие модели. Глава III посвящена описанию процессов, протекающих в гетерогенных системах и популяциях, а глава IV - описанию процедур построения оценок по наблюдениям в гетерогенных популяциях. В этих главах процессы в неоднородных популяциях рассматриваются в двух противоположных постановках: как прямая задача, описывающая процесс при заданных параметрах гетерогенности в популяциях, и как обратная задача, состоящая в нахождении характеристик популяции по наблюдениям.

Изложенный материал будет полезен студентам и аспирантам, обучающимся по специальности биометрика и изучающим применение статистических методов в технике, биологии, медицине, а также специалистам, обрабатывающим информацию о процессах в присутствии ненаблюдаемых факторов.